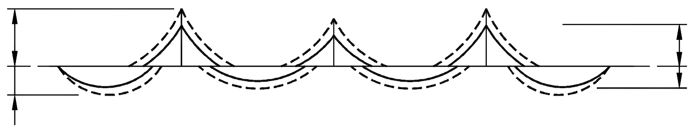
# 7. רדיסטריבוציה של מומנטים*

## 7.1 מבוא

תכן אלמנטים מבטון מזוין מושתת על ההנחה הבסיסית שתסבולת כל חתך לא תיפחת מההטרחה המירבית אשר תתפתח באותו החתך תחת פעולת הכוחות החיצוניים בהביא בחשבון מצבי העמיסה המסוכנים.

בחינת מעטפת המומנטים בקורה (או טבלה מתוחה בכיוון אחד) נימשכת, אשר פועלים עליה עומסים מפורסים אחידים (קבוע ושימושי למשל), מצביע על כך (ציור 7.1) כי בהנחה שהקורה היא בעלת חתך אחיד לכל אורכה, גודל החתך ייקבע מתוך שיקולי חוזק חתך לפי מספר מועט ביותר של חתכים. עבור מרבית אורכה של הקורה, או הטבלה, החתך יהיה בעל מידות מוגזמות.




**ציור 7.1**

לאור עובדה זו טבעית הנטייה לנסות למצוא דרך "לכווץ" במידה המירבית את המעטפת, כלומר – להקטין את ערכי המומנטים המירביים משני הצדדים (ציור 7.1), חיוביים ושליליים (בשדות ומעל הסמכים) על מנת לאפשר קביעת חתך כלכלי יותר עבור האלמנט מבטון מזוין.

יחד עם זאת מובן כי:

א. הקורה עדיין תספק את דרישות החוזק עבור עומסים שבגין פעולתם אנו מתכננים אותה (כלומר – עומדים בדרישות המקוריות של מצב גבולי של הרס).

ב. גם לאחר הפחתת מידות החתך, הסדיקה והכפף לא יעלו על המותר (כלומר – מובטחת עמידה במצב גבולי של שרות).

ג. יישמר שווי משקל בכל מצב עמיסה.

לשם הבנת הדרך להשגת מטרה זו ניראה קודם כיצד מבצעים את זה הלכה למעשה ואחר כך נדון בעקרונות.

* פרק זה מעודכן לחודש אפריל 2011

## 7.2 הטכניקה בביצוע רדיסטריבוציה של מומנטים

רדיסטריבוציה של מומנטים הינה שנוי בפירוס המומנטים הנובע מחישוב אלסטי והמתקבלים מאחד או יותר מצבי עמיסה. מטרת הרדיסטריבוציה, בדרך כלל, להקטין את ערכי המומנטים הגדולים ביותר לאורך המעטפת, שליליים או חיוביים או שניהם גם יחד. שיעור הרדיסטריבוציה (מידת השנוי) ניקבע באחוזים מערך המומנט בחתך <u>לפני</u> ההפחתה. הענין בהפחתה מתמקד בדרך כלל במומנטים מעל הסמכים וכן במומנטים בסביבות אמצע השדה (לפעמים).

את הטכניקה בביצוע הרדיסטריבוציה ניתן להציג בדוגמה הבאה.

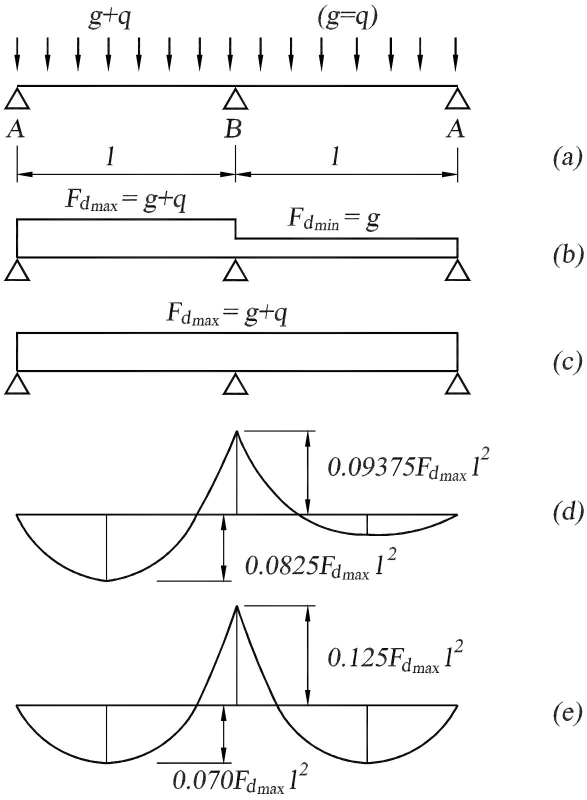
**<u>דוגמה</u>**

נתונה קורה בעלת שני שדות שווים, במיפתח $l$ כל אחד, עמוסה בעומס מפורס אחיד, המורכב מעומס קבוע $g_k$ ומעומס שימושי $q_k$ ליחידת אורך (ציור 7.2a). במקרה הנתון $g_k = q_k$. העומס המקסימלי הינו $F_{dmax} = g_k + q_k$ והעומס המינימלי $F_{dmin} = g_k$ . שני מצבי העמיסה הנתונים ב 7.2b ו 7.2c מספיקים על מנת להשלים את מעטפת המומנטים הדרושה לתכנון הקורה. ערכי המומנטים, תוצאה מחישוב אלסטי, בשדה AB ומעל הסמך B נתונים בציורים 7.2d ו 7.2e בהתאמה.

בהתאם למדיניות המוצהרת ביחס לרדיסטריבוציה של מומנטים , דהיינו הפחתה במומנטים המקסימליים, ניבחן שתי אלטרנטיבות:

<u>אלטרנטיבה א'</u> – הפחתה מירבית במומנט הסמך B בלבד, בשיעור של 25% (ראה ציור 7.3a). מאחר וערכו של המומנט בסמך B הינו $0.125\ F_{dmax}\ l^2$ לאחר הפחתה ב 25% ערכו ירד ל $0.09375\ F_{dmax}\ l^2$ . ערך זה יהיה גם המומנט מעל סמך B עבור מקרה ההעמסה המתואר ב ציורים 7.2b ו 7.2d , כלומר עבור מומנט המירבי בשדה. כתוצאה מההפחתה במומנט מעל הסמך B המומנט בשדה גדל. ערכו הקודם היה $0.070\ F_{dmax}\ l^2$ והערך הנוכחי - $0.0825\ F_{dmax}\ l^2$ (ראה שנוי מ 7.2c ו 7.2e אל 7.3a ). יחד עם זאת המומנט המירבי בשדה לא עלה על המומנט מירבי המחושב לפי חישוב אלסטי ב 7.2b ו 7.2d . תאור שלם של מעטפת המומנטים בקורה זו נתון בציור 7.3a , לפני הרדיסטריבוציה (ימין) ואחריה (שמאל). מטרת הרדיסטריבוציה לפי אלטרנטיבה זו היתה להפחית את הערך הנומינלי (הגדול ביותר בערך מוחלט).

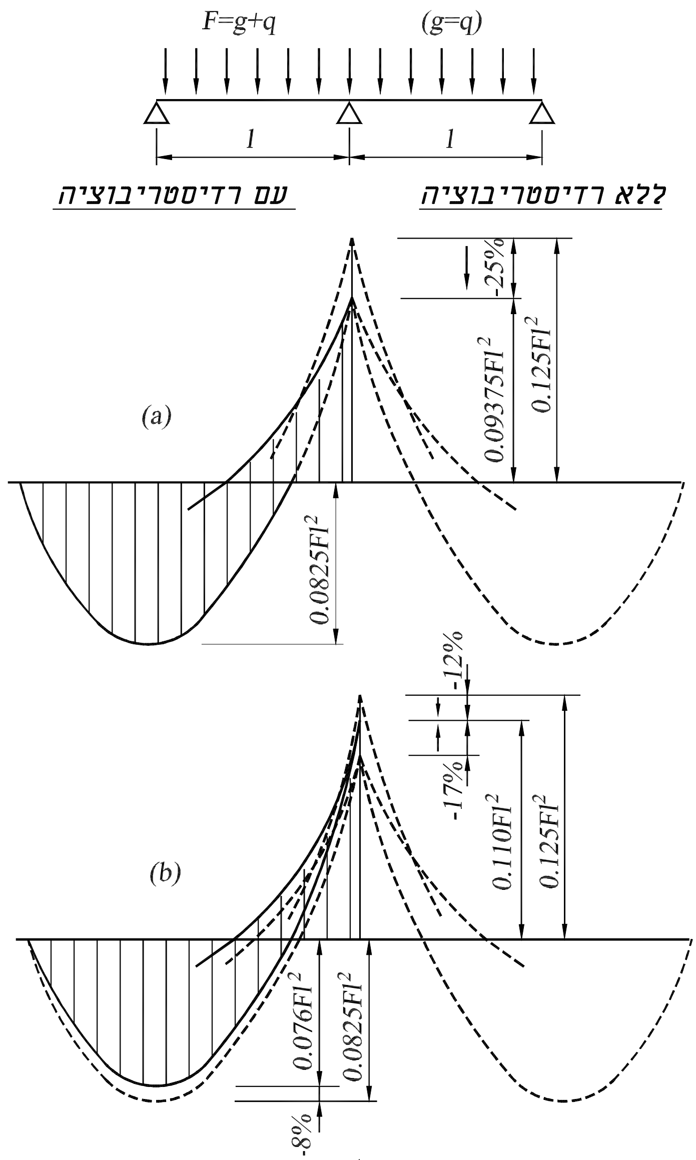
<u>אלטרנטיבה ב'</u> – המטרה: הפחתה משולבת במומנט מעל הסמך ובמומנט בשדה. לצורך כך המומנט בסמך B יופחת בכ 12% (ציור 7.3b). ערכו בסמך יפחת מ -




**<u>ציור 7.2</u>**

כתוצאה ערך המומנט בשדה אשר היה $\boldsymbol{0.125\ F_{dmax}\ l^2}$ ל $\boldsymbol{0.110\ F_{dmax}\ l^2}$. $\boldsymbol{0.070\ F_{dmax}\ l^2}$ (ציור 7.2e) יגדל ל $\boldsymbol{0.076\ F_{dmax}\ l^2}$ (ראה ציור 7.3b).

בשלב הבא המומנט המקסימלי בשדה אשר היה $\boldsymbol{0.0825\ F_{dmax}\ l^2}$ לפי ציור 7.2b ו 7.2d יופחת ל $\boldsymbol{0.076\ F_{dmax}\ l^2}$ וכתוצאה מכך יעלה המומנט ב סמך B אשר היה $\boldsymbol{0.09375\ F_{dmax}\ l^2}$ לערך $\boldsymbol{0.110\ F_{dmax}\ l^2}$ כלומר עליה בכ 17% . אין טעם בהפחתה נוספת במומנט בשדה AB מפני שמטעם מצב עמיסה אחר המומנט בשדה אינו נמוך יותר כך שהמאמץ לא יהיה מוצדק. מצד שני – אסור להפחית בשדה AB יותר מפני שכל הפחתה בו גוררת עליה במומנט בסמך B מעל הערך $\boldsymbol{0.110\ F_{dmax}\ l^2}$ , אבל התאמצנו במצב עמיסה אחר להפחית אל ערך זה ואין סיבה טובה מדוע להעלות אותו מחדש אל ערך גבוה יותר באמצעות מצב עמיסה אחר.




**ציור 7.3**

לסיכום – לפי אלטרנטיבה זו, מטעם מצב עמיסה אחד הוקטן המומנט בסמך, דבר שגרר אחריו עליה במומנט בשדה. מטעם מצב העמיסה השני הוקטן המומנט בשדה אך לערך לא נמוך מזה שהתקבל לאחר הרדיסטריבוציה מתוך מצב העמיסה הראשון. מיותר לציין כי היתה הקפדה לשמור על שווי משקל בכל אחד ממצבי העמיסה. בציור 7.3b מסוכמות התוצאות: לפני הרדיסטריבוציה (ימין) ואחריה (שמאל). העובדה שערכי המומנטים המופחתים ממש התלכדו היא תוצאה של המקרה המיוחד של סכימה סטטית זו, אך בכל מקרה זו השאיפה.

השנויים במומנטים בסכימה הסטטית, בין אם בסמכים, או בשדות, או בשניהם, הם תוצאה של הרצון להגיע לערכים אופטימליים בתכנון וכל סכימה סטטית עם הגיון האופטימום משלה. אי לכך הבחירה איפה ובכמה להפחית היא בידי המתכנן, כפוף לכמה מותר לו לפי התקן.

## 7.3 עקרונות הרדיסטריבוציה

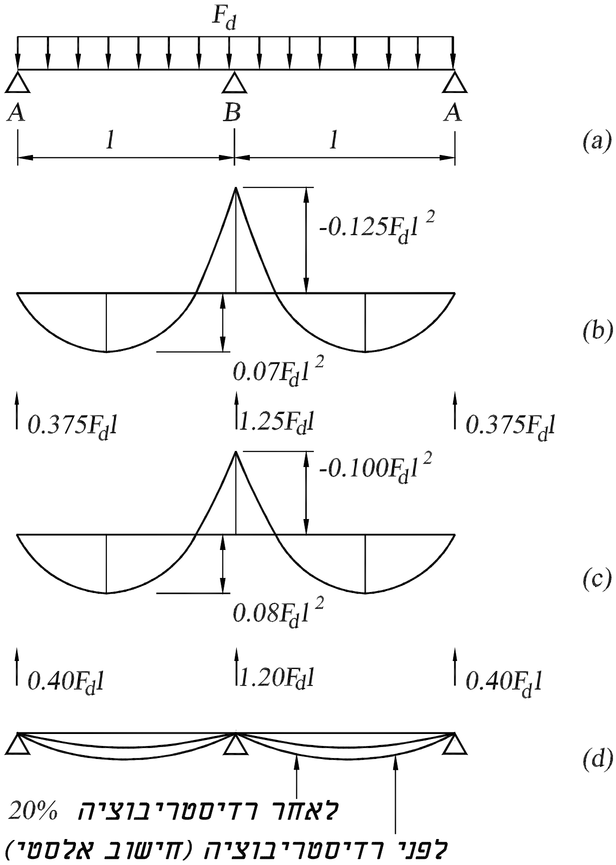
### 7.3.1 כללי

כל מבנה, מבטון מזוין או מכל חומר אחר, חייב להיות בשווי משקל <u>בכל</u> מצב עמיסה. מצבי העמיסה לקראתם אנחנו מתכננים הינם לצורך בחינת ערכים קריטיים בחתכים קריטיים באלמנט או במבנה. בדרך כלל המבנה יימצא במצבי ביניים ולאו דווקא באחד ממצבי העמיסה המסוכנים, אולם חובה עלינו לוודא את עמידתו בכל מצבי העמיסה המסוכנים.

הרדיסטריבוציה היא הזדמנות יחידה במינה להתערב בחישוב הסטטי ו"לעשות בו סדר חדש". ההתערבות הזאת היא מאד מסובכת ובעלת משמעות מורכבת שאולי לא נחקרה מספיק ועל כן נחלק את הדיון בפרק זה לשני חלקים: החלק הראשון – מה יש לעשות במובן אופרטיבי על מנת לבצע רדיסטריבוציה ולעמוד בדרישות כפי שהן מופיעות בתקנים (ישראלי או אחרים). החלק השני – קצת יותר התעמקות על מנת להבין מה משמעות הרדיסטריבוציה לגבי התנהגות המבנה לאורך היסטורית ההעמסה.

**<u>דוגמה</u>**

הדוגמה הבאה תעזור להיכנס לנושא. בציור 7.4a נתונה קורה (או טבלה מתוחה בכיוון אחד) בת שני מיפתחים שווים $l$ כל אחד, עמוסה בעומס תכן $F_d$ ליחידת אורך. בציור 7.4b נתון מהלך המומנטים וכן הריאקציות מחושבים בחישוב אלסטי. גודל המומנט מעל הסמך המרכזי B הינו $0.125\ F_d\ l^2$ . נבצע רדיסטריבוציה (כלומר הפחתה כאן) של 20% במומנט מעל הסמך המרכזי והוא יהיה כעת $0.100\ F_d\ l^2$ . הפחתה זה גוררת איתה שנוי במומנט בשדה (יעלה מ $0.070\ F_d\ l^2$ ל $0.080\ F_d\ l^2$ ), וכן בריאקציות (הקיצונית תעלה מ $0.375\ F_d\ l$ ל $0.40\ F_d\ l$ ). המצב לפני רדיסטריבוציה



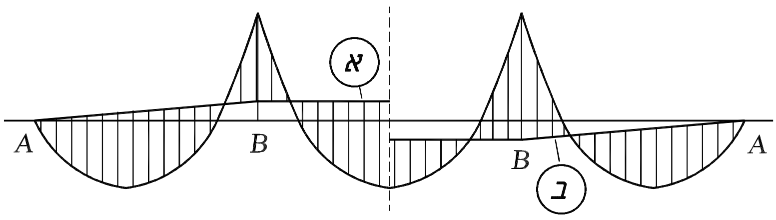

**<u>ציור 7.4</u>**

בשווי משקל, נתון בציור 7.4b והמצב לאחר הרדיסטריבוציה, בשווי משקל נתון בציור 7.4c . מאחר ולפי כל כללי תורת החוזק והסטטיקה יש קשר בין ערכים סטטיים לעקמומיות, ברור כי יהיה הבדל בין הקו האלסטי במצב לפני ואחרי רדיסטריבוציה. שני הקווים האלסטיים נתונים בציור 7.4d .

הדוגמה הזאת מדגישה את שני העיקרים שיש להקפיד עליהם ברדיסטריבוציה של מומנטים והם : שווי משקל ועקמומיות. בדוגמה הנוכחית המשיק נישאר אופקי מעל הסמך B לפני ואחרי הרדיסטריבוציה אבל, עם קטון המומנט בסמך, עלה המומנט בשדה ועם עליתו עלתה השקיעה ועימה העקמומיות לכל אורך הקורה. השנוי החריף ביותר – במקום שנוי המומנט הגדול ביותר. יש להבטיח כי שנוי זה בעקמומיות אפשרי ואינו פוגע בבטיחות הקורה.

**7.3.2 הבטחת שווי משקל של המערכת בכל מצב עמיסה**

הקטנת המומנטים בסמכים גוררת איתה את הצורך בהגדלת המומנטים בשדות ולהיפך – זו התוצאה הבלתי נימנעת של הצורך לשמור על שווי משקל. במערכת בלתי מסוימת סטטית, במצב עמיסה אחד, הדבר משול להזזת קו האפס של המומנטים (ראה ציור מס. 7.5). באלטרנטיבה א' (צד שמאל) הופחת המומנט מעל הסמך, ואילו באלטרנטיבה ב' (צד ימין ) הוגדל המומנט מעל הסמך. דוגמה זו מתארת גרפית את השנוי הנגרם במומנטי השדה בשתי האלטרנטיבות.

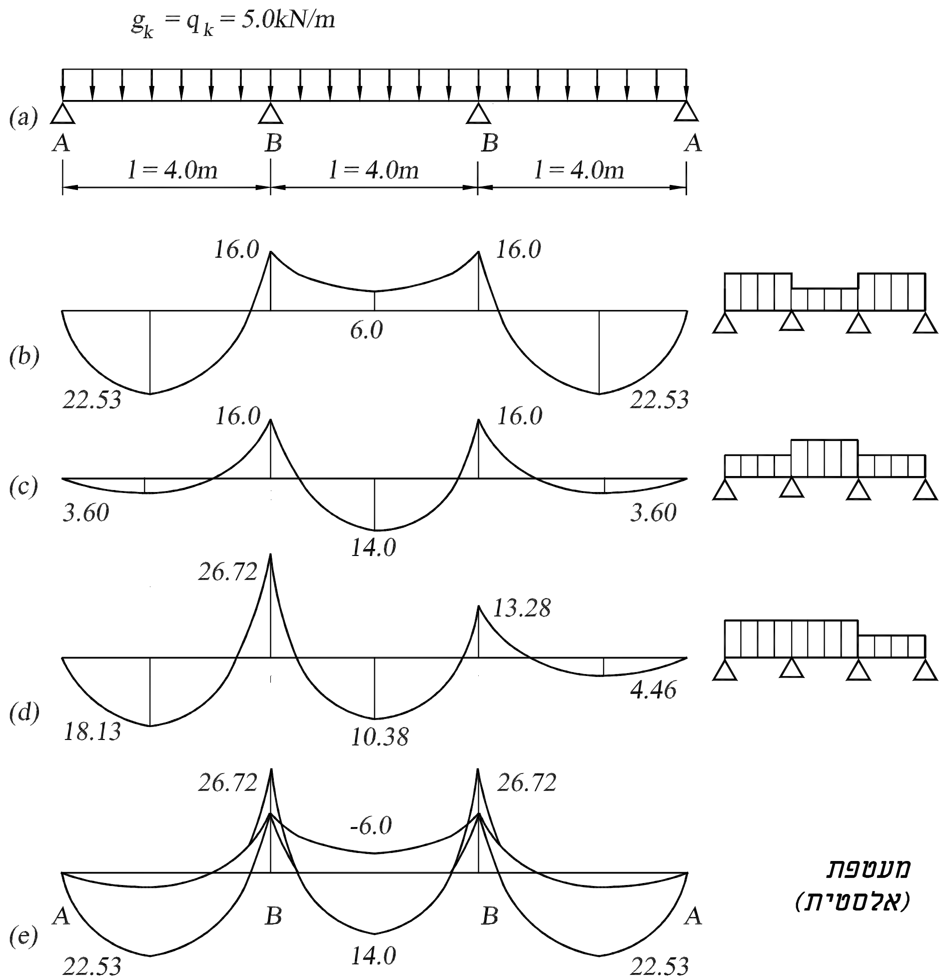



**ציור 7.5**

**דוגמה**

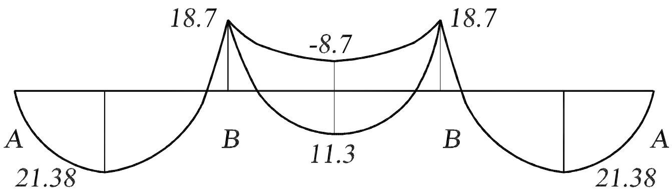
אחת הדוגמאות הקשות ביותר לביצוע רדיסטריבוציה נתונה בציור 7.6 . הקושי נובע משתי סיבות: א. שלושה מיפתחים יוצרים ניגוד חריף בין המומנטים בשדה: האמצעי והקיצוניים; ב. היחס בין העומסים האופייניים: $q_k = g_k$ מקשה עוד יותר. הסכימה הסטטית הינה בת 3 שדות שווים והעומסים: $F_{dmax}= 1.4g_k + 1.6q_k$ ו $F_{dmin} = g_k$ . $g_k = q_k = 5\ kN/m$ ו $l = 4m$ . לצורך הרכבת מעטפת המומנטים יש צורך להתחשב במהלכי המומנטים עקב 3 מצבי עמיסה מסוכנים הנתונים בציורים 7.6b 7.6c ו 7.6d בהתאמה. מעטפת המומנטים לאחר חישוב אלסטי נתונה בציור 7.6e . המומנט המירבי בשדה AB הינו 22.53 kNm , מעל הסמך B - 26.72 kNm ובשדה BB יהיה 14.0 kNm אולם באמצע שדה BB מתעורר מומנט שלילי בשיעור – 6.0 kNm .

נבצע רדיסטריבוציה לפי אלטרנטיבה א' (ציור 7.7) – כאשר המטרה היא להפחית את המומנט המירבי בסמך B . ההפחתה המירבית היא 30% אי לכך המומנט ב B יהיה כעת 18.7 kNm . נוכל להעלות את המומנט בסמך B (ציור 7.6b) מ 16.0 kNm ל 18.7 kNm ולכן המומנט המירבי בשדה AB יפחת ל 21.38 kNm (ראה ציור 7.7) .




**ציור 7.6**

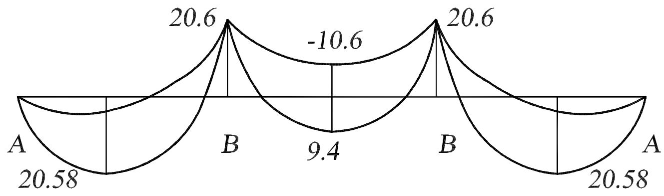
המומנט המירבי בשדה BB (ציור 7.6c ) יוכל לרדת מ 14.0 kNm ל 11.3 kNm , אולם זה כרוך בכך שהמומנט המינימלי באמצע שדה BB עולה מ –6.0 kNm ל –8.7 kNm (ראה ציור 7.6b ). כאשר זו קורה אפשר כי זה לא חסרון כלל. כאשר זו




**ציור 7.7**

טבלה ואיננו מעונינים בזיון עליון בשדה – זה יכול להיות חסרון.

רדיסטריבוציה באלטרנטיבה ב' (ציור 7.8) – כאשר המטרה היא להפחית משני הצדדים ולהגיע לאיזון בין מומנטים בשדה ומעל הסמך. לצורך כך המומנט בסמך B (ציור 7.6d) יופחת מ 26.72 kNm ל 20.60 kNm .




**<u>ציור 7.8</u>**

המומנט בשדה AB ירד ל 20.58 kNm (ציור 7.6b) . המומנט בשדה BB יוכל לרדת ל 9.4 kNm (ציור 7.6c) , אבל המומנט המינימלי בשדה BB יצטרך לעלות ל –10.6 kNm וזה יכול להיות קושי – תלוי בנסיבות.

בדוגמה זו אשר עובדה בשתי אלטרנטיבות בצורה מפורטת ראינו כי נוצלו כל האפשרויות ובכל מצב עמיסה נישמר שווי המשקל, תוך מאמץ לכוון את מעטפת המומנטים בכל כיוון רצוי. הוכח והודגם הכלל הראשון עליו יש לשמור לביצוע רדיסטריבוציה של מומנטים.

### 7.3.3 אבטחת כושר הסיבוב בחתך

כושר הסיבוב בחתך מובטח על ידי אבטחת המשיכות בחתך. המשיכות נדונה בפרק 6 אשר עוסק בפרק פלסטי ובפלסטיפיקציה בכלל, והיא תידון גם בהמשך פרק זה.

לצורך אבטחת כושר סיבוב בחתך כמילוי הדרישה השניה לגבי ביצוע רדיסטריבוציה יהיה מספיק להבטיח מלוי התנאי הבא כפי שהוא מופיע בתקן הישראלי 466 חלק 1 [1]:

$$r = 40 - 100\ (x/d) \leq 30$$

בו : $r$ - שיעור הרדיסטריבוציה המותר ב אחוזים.

$x$ - גובה האיזור הלחוץ בחתך כאשר הוא מיוצג על ידי בלוק מאמצים (מחושב עבור המומנט <u>לאחר</u> הרדיסטריבוציה).

$d$ - הגובה הפעיל של החתך.

## 7.4 __הדרישות לגבי משיכות כתנאי לרדיסטריבוציה בתקנים שונים__

כאמור בסעיפים הקודמים בפרק זה מותר לבצע רדיסטריבוציה של מומנטים תוך הקפדה על שני תנאים: שווי משקל בכל מצב עמיסה ושמירה על משיכות אשר תבטיח כושר סיבוב בחתכים בהם תידרש הגדלת העקמומיות כתוצאה משנויים מאולצים של המומנטים. בסעיף זה ניסקרות הדרישות למשיכות, על מנת לאפשר רדיסטריבוציה, במספר תקנים חשובים בעולם וגם בישראל.

### 7.4.1 התקן האנגלי BS 8110 [6]

התקן האנגלי (בתוקף בינתיים בחפיפה עם EC2 [40]) מתיר רדיסטריבוציה של מומנטים אשר חושבו לפי חישוב אלסטי בתנאים הבאים:

א. יישמר שווי משקל בכל מצב עמיסה במצב גבולי של הרס.

ב. מומנט התסבולת של החתך בו נעשתה רדיסטריבוציה יהיה לפחות 70% מהמומנט המקסימלי מכל מצבי העמיסה המסוכנים בחתך כמחושב בחישוב אלסטי.

ג. בחתך בו נעשתה רדיסטריבוציה של מומנטים גובה האיזור הלחוץ $x$ (הנימדד __עד ציר האפס__) לא יעלה על הערך $(\beta_b - 0.4)\,d$ כאשר $\beta_b$ הינו היחס בין המומנט לאחר רדיסטריבוציה לבין המומנט באותו החתך לפניה.

המשמעות של תנאים ב׳ ו ג׳, אם נחברם ביחד היא:

כאשר מבוצעת רדיסטריבוציה בשיעור 10% הגובה הלחוץ המירבי יהיה 0.5d
״ ״ ״ ״ 20% ״ ״ ״ ״ 0.4d
״ ״ ״ ״ 30% ״ ״ ״ ״ 0.3d

### 7.4.2 Eurocode EC2 [8] ו [40]

בנוסף לדרישה המקובלת כי יש לשמור על שווי משקל בכל מצב עמיסה הציב EC2 [40] תנאי לגבי היחס $\delta$ - המומנט לאחר הרדיסטריבוציה לעומת המומנט לפני הרדיסטריבוציה. יחס זה קשור עם הגובה הפעיל באופן הבא ( $x$ – גובה האיזור הלחוץ __השלם__, עד ציר האפס):

עבור בטונים עד C50 ( עד ב60 ישראלי) $\delta \geq 0.44 + 1.25\,x/d$

ובכל אופן: $\delta \geq 0.70$ עבור פלדה בעלת משיכות רגילה ו $\delta \geq 0.80$ עבור פלדה בעלת משיכות נחותה (זיון רשתות).

אם נשווה עם התקן הבריטי, משמעות יחסים אלה היא:

עבור בטונים עד ב60 כאשר הרדיסטריבוציה 10% גובה האיזור הלחוץ 0.368d
״ ״ ״ 20% ״ ״ ״ ״ ״ ״ 0.288d
״ ״ ״ 30% ״ ״ ״ ״ ״ ״ 0.208d

משמעות השוואת ערכים אלה עם הערכים המקבילים בתקן הבריטי מלמדת כי ניצול חתך הבטון ב EC2, במקרה של משיכות רגילה, נמוך בצורה משמעותי מזה בתקן הבריטי.

### 7.4.3 התקן האמריקאי ACI 318 – 99 [5] ACI 318 – 05 [43]

התקן האמריקאי [5] עמד על דרישות אשר נוסחו לפני שנים רבות, שמרניות במיוחד:

א. יש לשמור על שווי משקל בכל מצב עמיסה.

ב. מותר להפחית או להגדיל את המומנטים מעל הסמכים בשיעורים כדלקמן (במקורב):

הרדיסטריבוציה המותרת באחוזים: $r \le 20\,[\,1 - (\rho - \rho')/\rho_b\,]$

בה: $\rho$ מנת הזיון המתוח ו $\rho'$ מנת הזיון הלחוץ ואילו $\rho_b$ מנת הזיון הדרושה כדי שבחתך האיזור הלחוץ והמתוח יהיו מנוצלים במלואם ובצורה מאוזנת.

ג. הרדיסטריבוציה בשיעור הנ״ל מותרת רק בתנאי ש: $\rho \le 0.50\ \rho_b$ או אם יש גם זיון לחוץ בחתך: $\rho - \rho' \le 0.50\ \rho_b$.

משמעות הדברים היא כי הרדיסטריבוציה המירבית תהיה 20% ואף זה יהיה מקרה לא שכיח. זו הגישה השמרנית ביותר אשר נימצאת בתקנים.

התקן האמריקאי האחרון [43] יצא עם המלצות חדשות אשר יש בהן קושי מסוים בביצוע: הדרישות להקפדה על שווי משקל ועל שיעור רדיסטריבוציה מקסימלי של 20% נותרו בעינן אולם שיעור הרדיסטריבוציה המותר בנוי על הקריטריון – לא יותר מ $1000\varepsilon_t$ כאשר $\varepsilon_t$ הינו העיבור בזיון המתוח באחוזים. רדיסטריבוציה תהיה אסורה אם העיבור הנ״ל נמוך מ 0.75%.

### 7.4.4 CEB FIP M.C. 1990 [4]

הדרישות זהות לחלוטין לאלו של EC2 [8].

### 7.4.5 התקן הישראלי – חוקת הבטון, ת״י 466 חלק 1 [1]

בין הדרישות בתקן הישראלי [1] לבין דרישות ב EC2 [8] [40] יש הבדל לפחות מבחינת הניסוח והוא נובע מהגדרה שונה של חוזק התכן ב [1].

א. המומנטים לפני הרדיסטריבוציה הם אלה שחושבו בחישוב אלסטי.

ב. יש לשמור על שווי משקל בכל מצב עמיסה לאחר ביצוע הרדיסטריבוציה.

ג. שיעור הרדיסטריבוציה מוגבל על ידי:

$r \le 40 - 100\ (x/d)$ עבור אלמנטים בעלי זיון מוטות מצולעים $\Phi$.

$r \le 30 - 100\ (x/d)$ עבור אלמנטים בעלי זיון בצורת רשתות.

בשני הבטויים לעיל $x$ הינו גובה האיזור הלחוץ בחתך בחישוב מקורב (פירוס מאמצים מלבני) עבור המומנט לאחר הרדיסטריבוציה.

ד. שיעור הרדיסטריבוציה לא יעלה על 30% .

כאשר נבדוק את גובה האיזור הלחוץ בת״י 466 במקרי רדיסטריבוציה שונים עבור פלדה מצולעת, נירצה כך :

| | | | |
|---|---|---|---|
| כאשר נערכה רדיסטריבוציה של | 10% | גובה האיזור הלחוץ המירבי יהיה | 0.3d |
| ״ ״ ״ ״ | 20% | ״ ״ ״ ״ ״ | 0.2d |
| ״ ״ ״ ״ | 30% | ״ ״ ״ ״ ״ | 0.1d |

## 7.5 רדיסטריבוציה ומצב שרות

### 7.5.1 כללי

כל האלמנטים, מבטון מזוין ומבטון דרוך, מחשבים למצב גבולי של הרס. אלמנטים מבטון דרוך מחשבים תמיד גם למצב גבולי של שרות, אולם עקב היותם בלתי סדוקים או סדוקים במידה מיזערית, התנהגותם במצב גבולי של שרות הינה בקרוב טוב מאד ליניארית ולסדיקה השפעה מועטה על החישוב. אלמנטים מבטון מזוין חייבים אף הם הוכחה לעמידה במצב גבולי של שרות, אולם יש אפשרות, פורמלית לפחות (כלומר – להתאים לדרישות התקן) לעשות זאת בשני אופנים : א. חישוב של ממש, כלומר שקיעות ורוחב סדקים. ב. מלוי אחר דרישות מסוימות אשר אמורות להבטיח באופן עקיף את העמידה במצב גבולי של שרות.

רק בשנים האחרונות מתחילות להופיע תוכנות לחישוב לא ליניארי, אשר מאפשרות להתחשב בסדקים. החישובים האחרים הנהוגים הינם מקורבים. נוסחת Branson למשל לא מביאה בחשבון את הסדיקה באופן ישיר אלא באופן עקיף. כתוצאה מכך כחלק משיגרת תכנון רגילה לא בהיר לחלוטין מצב האלמנט במצב גבולי של שרות. אי לכך גם לא מובן למתכנן מה קורה לאלמנט שתוכנן עם רדיסטריבוציה במצב גבולי של שרות. רק באמצעות תוצאות המחקר ניתן יהיה להסביר את המתרחש.

התפיסה המצוטטת בהרבה מקורות חשובים לפיה רדיסטריבוציה של מומנטים חלה בהגיע האלמנט לפרקים פלסטיים <u>אינה</u> נכונה. הסעיפים הבאים ינסו להבהיר את התנהגות המבנה במצב גבולי של שרות.

### 7.5.2 השפעת הסדיקה בדוגמה ובמחקר

על מנת להבין את השפעת הסדיקה על התנהגות האלמנט (עם ובלי רדיסטריבוציה) נביא דוגמה ונירצה את תוצאות המחקר הניסויי.

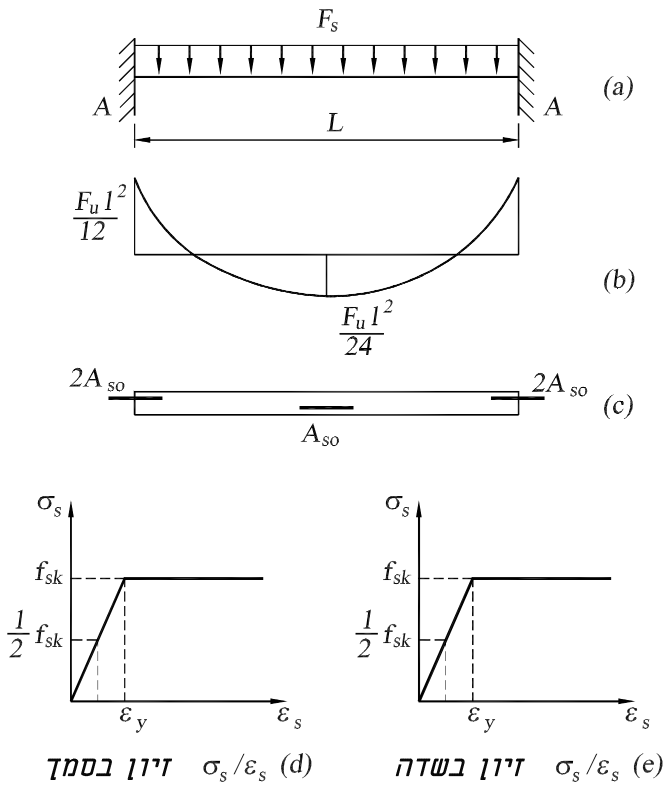
**דוגמה**

בציור 7.9 a נתונה קורה דו רתומה בעלת מיפתח $l$ עמוסה עומס תכן $F_s$ (נניח אותו במצב שרות) . נעשה מספר הנחות :

א. זו טבלה. ניצול חוזק החתך נמוך, כתוצאה מכך - $\omega$ קטנה מאד והזרוע הפנימית גדולה מאד, אי לכך אנחנו מחשבים את הזיון בכל החתכים עם זרוע פנימית קבועה (נניח – הגדולה ביותר המותרת).

ב. נניח מקדם בטחון אחיד $\nu = 2$ מקיף וכולל הכל (עומסים וחוזקים), כך שעומס ההרס, בו הזיון בחתך יגיע לגבול הכניעה שלו $f_{sk}$ יהיה $F_u = \nu F_s$ .

<u>נעשה חישוב אלסטי</u> : המומנט בסמך A יהיה, במצב גבולי של שרות $F_s\, l^2/12$, ובמצב גבולי של הרס – $M_A = F_u\, l^2/12$. המומנט בשדה במצב גבולי של שרות יהיה - $F_s\, l^2/24$ ובמצב גבולי של הרס – $M_{AA} = F_u\, l^2/24$. המומנטים במצב גבולי של הרס נתונים בציור מס' 7.9b . יש לציין כי בגלל החישוב האלסטי




**ציור 7.9**

בעקבות הנחה א' לעיל, הגידול במומנטים ובמאמצים המלווים אותם הינו מונוטוני, כלומר בכל החתכים חלה תוספת מומנט יחסית לגידול העומס, באותו היחס.

חישבנו את הזיון הדרוש בשדה ובסמך. אם כמות הזיון הדרושה בשדה היא $A_{so}$ הרי שכמות הזיון הדרושה בסמך היא $2A_{so}$ מאחר והמומנט שם כפול (כזכור – הזרוע הפנימית קבועה). כמויות הזיון נתונות בציור 7.9c .

מאחר ודובר על גידול מונוטוני במומנטים ובמאמצים עם גידול מתאים בעומס, הרי שבציורים 7.9d ו 7.9e נוכל לראות את התפתחות המאמצים בזיון, בסמך ובשדה בהתאמה: אם קבענו כי מקדם הבטחון $\nu = 2$ הרי המאמץ בזיון, בשדה ובסמך יהיה $½ f_{sk}$ במצב שרות ו $f_{sk}$ בהגיע העומס לערך $F_u$ כלומר למצב גבולי של הרס.

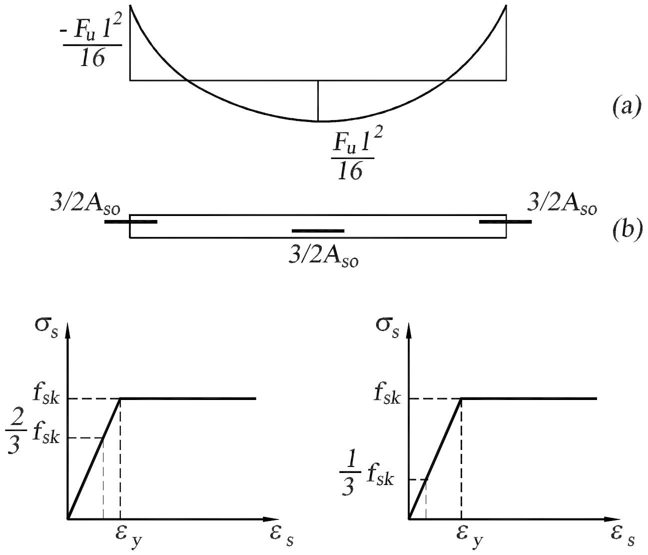
התאורים של הגידול במומנט ובמאמצים בפלדה הם הסימן לגידול המונוטוני בהטרחה עם ההעמסה.

<u>חישוב עם רדיסטריבוציה של 33% בסמך</u>

נחזור על החישוב עם רדיסטריבוציה של 25% בסמך. המומנט בסמך יהיה $M_A = F_u\, l^2/16$ ובשדה אותו הדבר - $M_{AA} = F_u\, l^2/16$ במצב גבולי של הרס . מהלך המומנטים מופיע בציור 7.10a . נחשב את הזיון: אם נשתמש באותו הסימון כמו בחישוב האלסטי, לשם ההשוואה, הרי ששתי הכמויות, בשדה ובסמך, תהייה $3/2\, A_{so}$ והן נתונות בציור 7.10b .

לעומת החישוב במצב גבולי של הרס נעמיד את המצב הגבולי של שרות. האלמנט אינו יודע כי תוכנן עם רדיסטריבוציה. בעומס נמוך מאד $F$ הוא אפילו אינו סדוק. במצב שאינו סדוק הוא יתנהג התנהגות אלסטית, אשר משמעה – בסמך מתעורר מומנט $M_A = F\, l^2/12$ ובשדה – $M_{AA} = F\, l^2/24$.

מאחר והאלמנט אינו מתוכנן לא להיסדק, ברמת עומס השרות $F_s$ הוא ייסדק לפחות בסמך. ברגע הסדיקה לקראת המומנט של $F_s\, l^2/12$ דרוש לו זיון $2\, A_{so}$ אבל




זיון בסמך $\sigma_s/\varepsilon_s$ (c) זיון בשדה $\sigma_s/\varepsilon_s$ (d)

**<u>ציור 7.10</u>**

אין שם כמות זו אלא רק $3/2\ A_{so}$. אי לכך המאמץ בזיון שם יהיה $2/3\ f_{sk}$ במקום $1/2\ f_{sk}$. לעומת זאת בשדה שם המומנט $F_s\ l^2/24$ ניתנה כמות זיון $3/2\ A_{so}$ ולכן המאמץ שם יהיה $1/3\ f_{sk}$. כל זה כאשר השדה עדיין לא סדוק או הסדיקה רק החלה.

מאחר והמאמץ בפלדה בסמך גבוה – העיבור שלה יהיה גבוה ומכאן ההתארכות שם גדולה לעומת ההתארכות לו המאמץ בפלדה היה $1/2\ f_{sk}$. אי לכך תגדל גם העקמומיות ועימה השקיעה בשדה. למומנט בשדה תהיה נטייה לגדול (אך המומנט בסמך לא יקטן) והסדיקה בשדה תגדל.

במצב של סדיקה מפותחת בסמך ובשדה העקמומיות אשר גדלה מאד בשדה תגרום לגידול במומנט בשדה ובמאמצים בפלדה. עם זאת (וזה קורה במצב שרות או מאד בסמוך לו) באה לביטוי מלוא הרדיסטריבוציה של המומנטים. המאמץ בפלדה בשדה ישאף יותר מהר להגיע ל $1/2\ f_{sk}$.

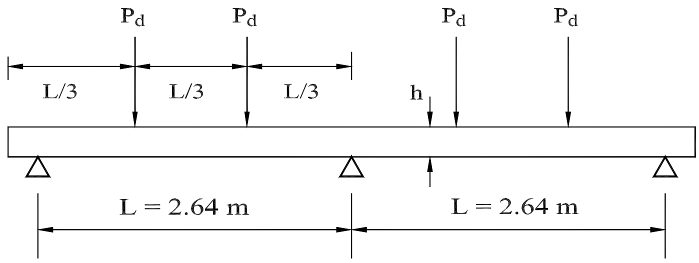
ממצב שרות ועד למצב גבולי של הרס העומס יעלה מ $F_s$ ל $F_u$, המומנט בשדה יעלה מ $F_s\ l^2/24$ ל $F_u\ l^2/16$. המומנט בסמך יעלה מ $F_s\ l^2/12$ ל $F_u\ l^2/16$ והמאמצים יעלו: בשדה מ $1/3\ f_{sk}$ ל $f_{sk}$ ובסמך מ $2/3\ f_{sk}$ ל $f_{sk}$. כלומר – המעבר ממצב שרות למצב גבולי של הרס, לפחות מבחינת מאמצים לא יהיה אחיד לאורך הקורה.

מטעמי שווי משקל המומנט בסמך לא יכול לקטון ל $F_s\, l^2/16$ בשרות אבל הוא יעלה אל $F_u\, l^2/16$ בהרס לאט יותר. מאותם הטעמים – המומנט בשדה לא יכול לעלות מיד ל $F_s\, l^2/16$ בשרות אבל הוא יעלה אל $F_u\, l^2\, /16$ בהרס בקצב מזורז יותר.

במערכת זו, בת שדה אחד – האלמנט, מיד עם היסדקו, חש כי הוא תוכנן עם רדיסטריבוציה מאחר ונימצא בו פחות זיון מהדרוש למומנט $F_s\, l^2/12$ בסמך אי לכך המאמץ בסמך עלה, והעקמומיות עלתה והשקיעה בשדה עלתה .

**מחקר**

במחקר שנערך על ידי Pisanty & Regan [10] תוכננה הקורה אשר בציור 7.11 בארבעה מצבי רדיסטריבוציה של מומנט מעל הסמך המרכזי : 15% + 5% - 15% - ו -35%.




**<u>ציור 7.11</u>**

הקורות הועמסו בשלבים עד הרס ותוך ההעמסה נמדדה הריאקציה בסמך המרכזי בתלות בעומס החיצוני. בעומס נמוך, עד הסדיקה בסמך, התנהגות הקורה היתה אלסטית. מיד עם היסדקה (המומנט מעל הסמך הגדול ביותר, אי לכך שם מתחילה הסדיקה) חשה הקורה כי ניתנו בסמך כמויות זיון שונות ולכן המומנט בסמך היה שונה, בהתאם למידת הרדיסטריבוציה, ומאחר והסכימה בת שני שדות, היתה העברה מיידית של מומנט אל השדה. במקום בו המומנט בסמך קטן מהמומנט האלסטי – המומנט בשדה גדל מהאלסטי ולהיפך - ציור 7.12.

בציור 7.13 רואים את התפתחות הראקציה בסמך המרכזי וממנו ברור כי התגובה בקורה לרדיסטריבוציה היתה מיידית, עם היסדק הקורה מעל הסמך המרכזי.

לפני הסדיקה, כלומר בעומסים קטנים מהדרושים לסדיקה, התנהגות הקורה הבלתי סדוקה אלסטית לחלוטין.

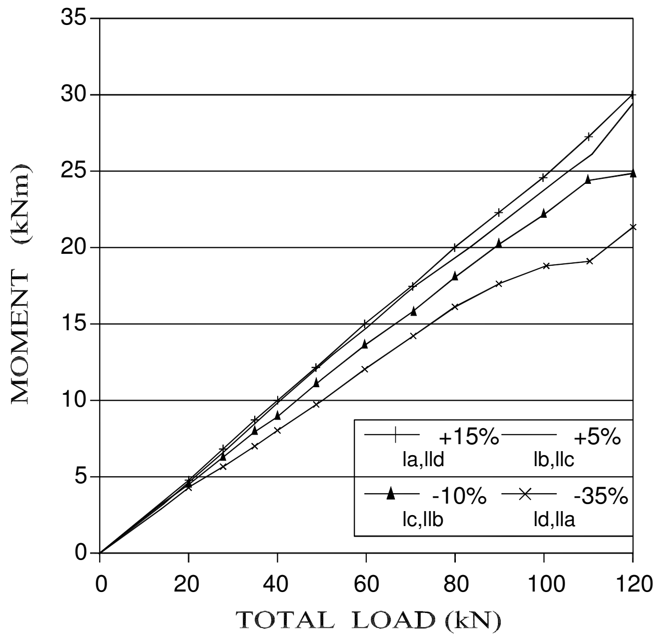



*Fig.7:Central support moments of beam tests versus total loads for different design moment redistributions (%) at central support*

**ציור 7.12**

## 7.6 סיכום

בשתי הדוגמאות אשר הובאו בסעיף 7.5 הובהר כי הרדיסטריבוציה אינה מתחילה עם הגיע האלמנט בחתך או בחתכים לפרק פלסטי אלא מיד עם התחלת הסדיקה. אי לכך ברור כי יש להתחשב בה כבר במצב גבולי של שרות, או באלמנטים סדוקים – לחשב כפף וסדיקה בהשפעת ערכי מומנטים לאחר רדיסטריבוציה, אם נעשתה.

תוך ניתוח התנהגות הטבלה בדוגמה בסעיף 7.5 ראינו את מצב המאמצים בזיון, בשדה ובסמך, בשני מצבים – מצב גבולי של שרות ומצב גבולי של הרס. ראינו שבדוגמה ללא רדיסטריבוציה ניתנו כמויות זיון בהתאם למומנטים האלסטיים, אי לכך היחס בין מומנט במצב גבולי של הרס ומצב גבולי של שרות בשדה $M_{AA}^U / M_{AA}$ ובסמך $M_A^U / M_A$ יהיה זהה ויהיה $\nu$=2 כפי שהנחנו מראש. גם מקדם הבטחון נישמר מונוטונית – ציורים 7.14a ו 7.14b.

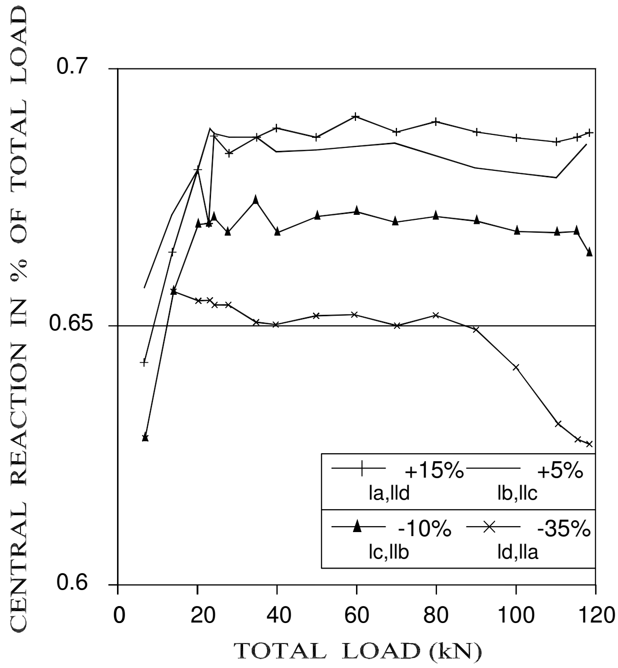
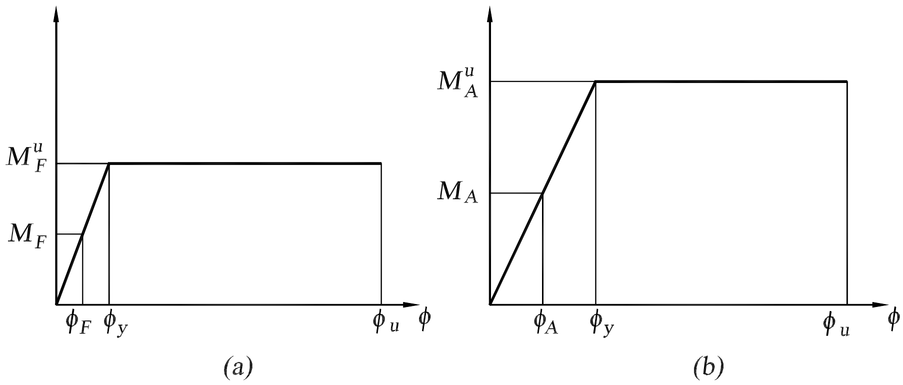



*Fig.9:Central reaction (% of total loads) of beam tests versus total loads for different design moment redistributions (%) at central support*

**ציור 7.13**

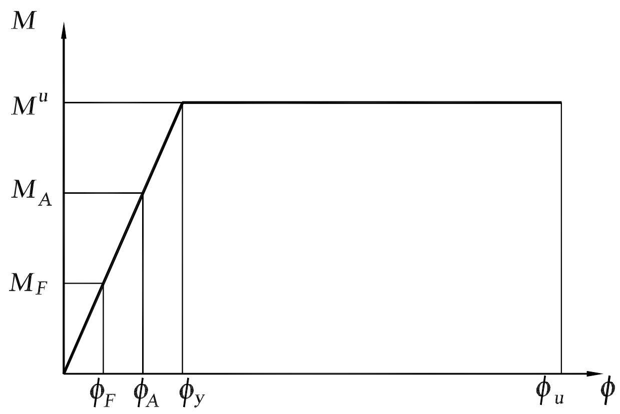



**ציור 7.14**

באלטרנטיבה בה בוצעה רדיסטריבוציה ראינו שהזיון בשדה ובסמך זהה, דבר שיבטיח מומנט במצב גבולי של הרס $M^U$ שווה עבור שני החתכים (ציור 7.15). לעומת זאת ראינו כי במצב שרות המומנט בסמך $M_A$ ובשדה $M_{AA}$ אינם שווים – במצב שרות מקור גודלם בחישוב בשיטה האלסטית, בו הזמן שמקור גודל המומנט במצב גבולי של הרס היה בתסבולת שחושבה עם רדיסטריבוציה. אי לכך, המסקנה היא ש $M^U / M_A$ אינו שווה ל $M^U / M_{AA}$ כלומר – מקדם הבטחון אינו זהה לקודם. למעשה $M^U / M_A$ (בסמך) קטן מ $M^U / M_{AA}$ (בשדה) - ציור 7.15. בשדה הוא גדול מ 2 ובסמך הוא קטן מ 2 . בסך הכל למערכת יש את מקדם הבטחון המספיק, אולם הוא מחולק בצורה שונה בגלל הרדיסטריבוציה.

ראינו בפרק 6 בתיאור הפרק הפלסטי והגדרת המשיכות, כי חתך יגיע לגבול הכניעה $\phi_y$ ולגבול ההרס $\phi_u$ מבחינת העקמומיות. ראינו כי המיבחן למשיכות, בין השאר הינו טווח גדול בין $\phi_u$ ל $\phi_y$ .

ניתן לראות כי בדוגמה ללא רדיסטריבוציה $\phi_u / \phi_{AA} = \phi_u / \phi_A$ כלומר אותו מקדם בטחון לסיבוב. בדוגמה עם רדיסטריבוציה $\phi_u / \phi_{AA} < \phi_u / \phi_A$ כלומר מקדם הבטחון לסיבוב אינו שווה גם כן. ברם, ברור כי ההבדל ביחס פוטנציאל הסיבוב הרבה יותר קטן מההבדל במקדם הבטחון לכפיפה. מקדם הבטחון לסיבוב (או פוטנציאל המשיכות כאן) הינו סוג אחר של מקדם בטחון אשר לא באים להעריך לעתים קרובות, אך זאת הזדמנות להכיר ולהבין אותו ואת חשיבותו.




**ציור 7.15**